

Graduiertentagung III/2003 des Cusanuswerks
12.–16.11.2003 in Papenburg

Sudakov-Logarithmen in der Elektroschwachen Wechselwirkung

oder

Was ich schon immer über Teilchenphysik wissen wollte

Bernd Feucht

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Universität Karlsruhe

- I Teilchenphysik: Experiment & Theorie
- II Das Standardmodell der Teilchenphysik
- III Sudakov-Logarithmen

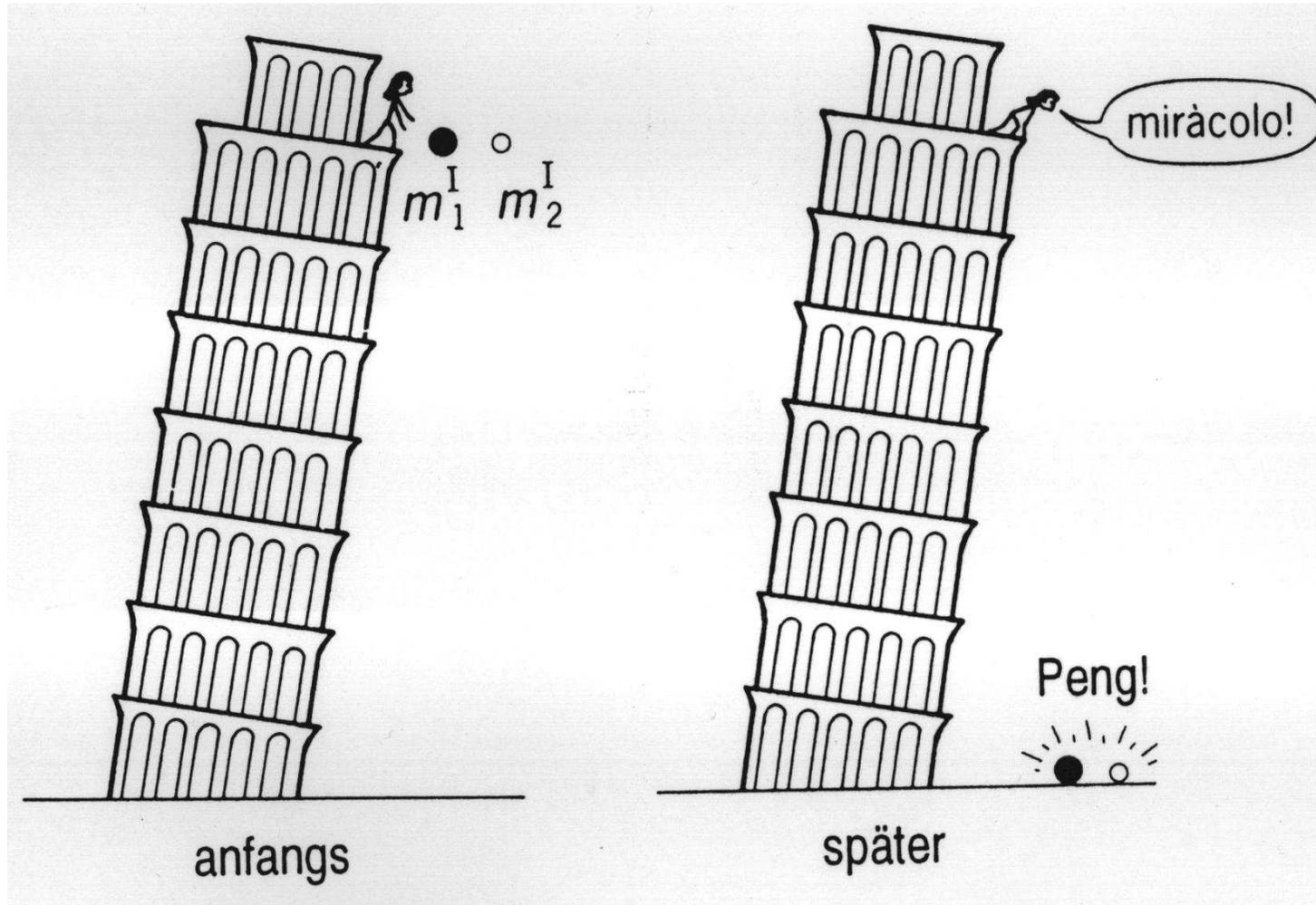
I Teilchenphysik: Experiment & Theorie

*„Theoretical physicists are rather typical scientists.
If you imagine them as absent-minded, egg-headed, bizarre characters
scratching their chins while deeply engaged in thought ...
Well, most of the time you'd be right.“*

Alvaro de Rújula, CERN, Genf

- Von Regelmäßigkeiten zu Naturgesetzen
- Quantenmechanik, Relativitätstheorie
→ relativistische Quantenfeldtheorie
- Größenordnungen der Materie
- Teilchenbeschleuniger und Detektoren

Von Regelmäßigkeiten zu Naturgesetzen



⇒ **Galilei'sches Fallgesetz**: Die Fallbeschleunigung ist unabhängig von der Masse

Galileo Galilei (1564–1642)

Quantenmechanik

Photoelektrischer Effekt

Energie der elektromagnetischen Welle ist „gequantelt“ \Rightarrow **Photonen** der Energie:

$$E = h \cdot \nu$$

h : Naturkonstante, Plancksches Wirkungsquantum

ν : Frequenz der Welle

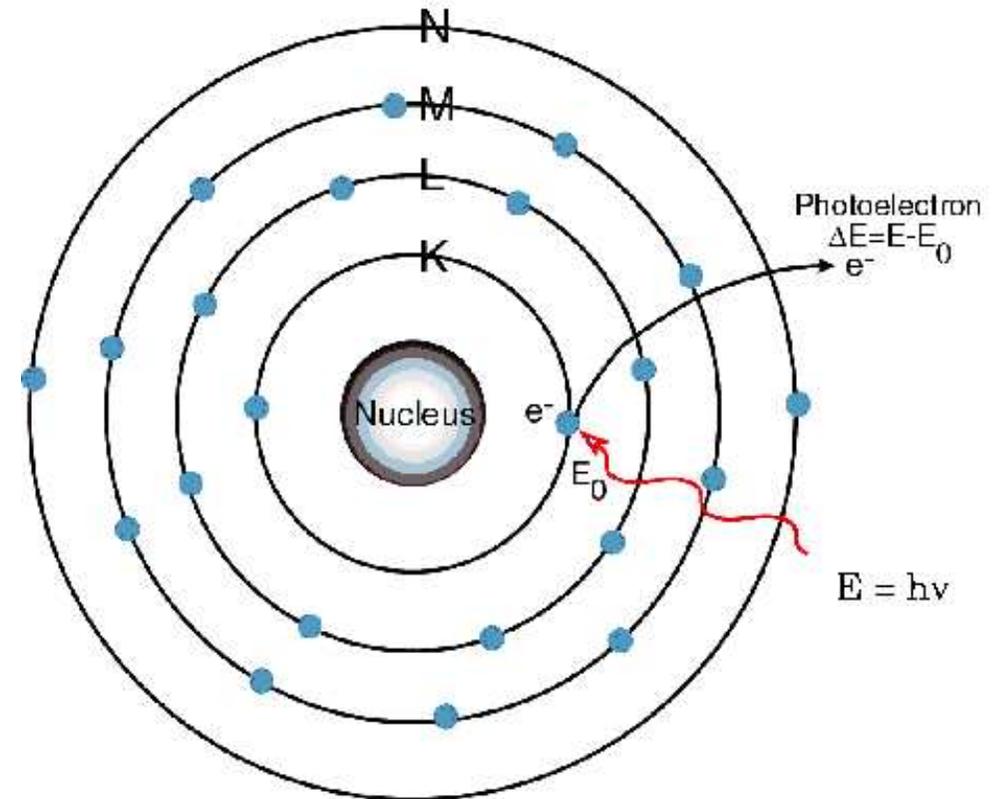
\Rightarrow Wellen haben Teilcheneigenschaften.

Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

\Rightarrow Teilchen haben Welleneigenschaften.

\Rightarrow **Welle-Teilchen-Dualismus**



Albert Einstein (1879–1955)

Max Planck (1858–1947)

Werner Heisenberg (1901–1976)

Quanteneffekte relevant bei **kleinen Dimensionen**, **kleinen Energien** \Rightarrow **Teilchenphysik**

System in einem quantenmechanischen Zustand

\Rightarrow Auswirkungen auf **Messung & Wirklichkeit**:

- Der Zustand des Systems legt nur die **Wahrscheinlichkeiten** für Messgrößen wie Ort, Geschwindigkeit, Energie, ... fest.
- Welcher Wert konkret gemessen wird, ist **nicht deterministisch** vorhersagbar.
 \Rightarrow Die Zukunft ist (naturwissenschaftlich) nicht durch die Gegenwart vorherbestimmt.
- Experimente messen **Statistik** \rightarrow Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Spezielle Relativitätstheorie

Albert Einstein (1879–1955)

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: $c = 299\,792\,458 \frac{m}{s}$

↪ universelle Naturkonstante, **absolute Obergrenze für Geschwindigkeiten**

Beispiel: Vergleich für ein Elektron

Geschwindigkeit in % von c	kinetische Energie in eV
10 %	2 570
86,6 %	511 000
99,9 %	10 900 000
99,999 999 998 82 %	105 000 000 000

Auch die **Masse** des Teilchens ist eine Form von Energie → **Ruhenergie**:

$$E_0 = m c^2 \Rightarrow \text{Elektron: } E_0 = 511\,000 \text{ eV}$$

Die Energie, die in der Masse eines Teilchens steckt, kann zur **Erzeugung neuer Teilchen** dienen oder sich in kinetische Energie wandeln.

Beispiel: LEP (CERN, Genf, bis 2000)

Elektronen/Positronen auf **105 GeV** beschleunigt \Rightarrow 2 Elektronen (210 GeV) können z.B. ein **Z-Boson** ($E_0 = 91 \text{ GeV}$) und ein **Higgs-Teilchen** (Anzeichen bei 115 GeV) erzeugen.

Relativistische Quantenfeldtheorie

↪ vereinigt Feldtheorie, Quantenmechanik und spezielle Relativitätstheorie.

- Beschreibung von Teilchen und Wellen durch **Felder**
- **Wellencharakter** in Feldbeschreibung enthalten
- Teilchen als **Anregungszustände des Feldes**
- relativistische Beschreibung durch Felder im **Minkowski-Raum**
(Raumdimensionen & Zeit kombiniert)

⇒ **Grundlage der modernen Teilchenphysik**

Analogie:

Gitarrensaite ↔ Feld

fester Grundton ↔ Teilchensorte des Feldes (z.B. Elektron)

Schwingungsanregung der Saite ↔ Teilchen

verschiedene Obertonschwingungen } ↔ { verschiedene Energien/
je nach Anzupfen } { Geschwindigkeiten des Teilchens

Überlagerung der Obertöne ↔ Überlagerung verschiedener Teilchenzustände

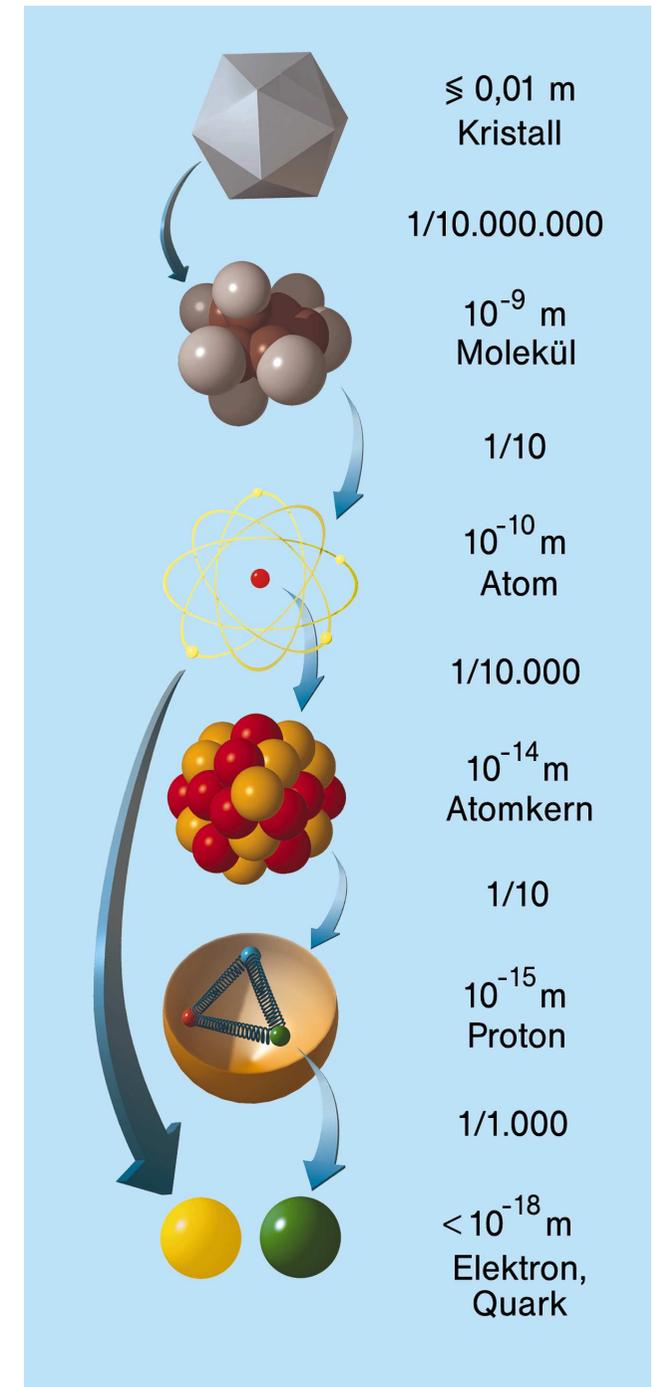
Größenordnungen der Materie: vom Makroskopischen übers Mikroskopische zu den Elementarteilchen

Erkennen von **Regelmäßigkeiten** im Aufbau der Materie
 \Rightarrow zurückführen auf zugrunde liegende **Substruktur**.

Mikroskop: Je kleiner die zu untersuchende Struktur, desto höhere Energie braucht die verwendete Strahlung.

„Mikroskope“ der Teilchenphysik: **Teilchenbeschleuniger**

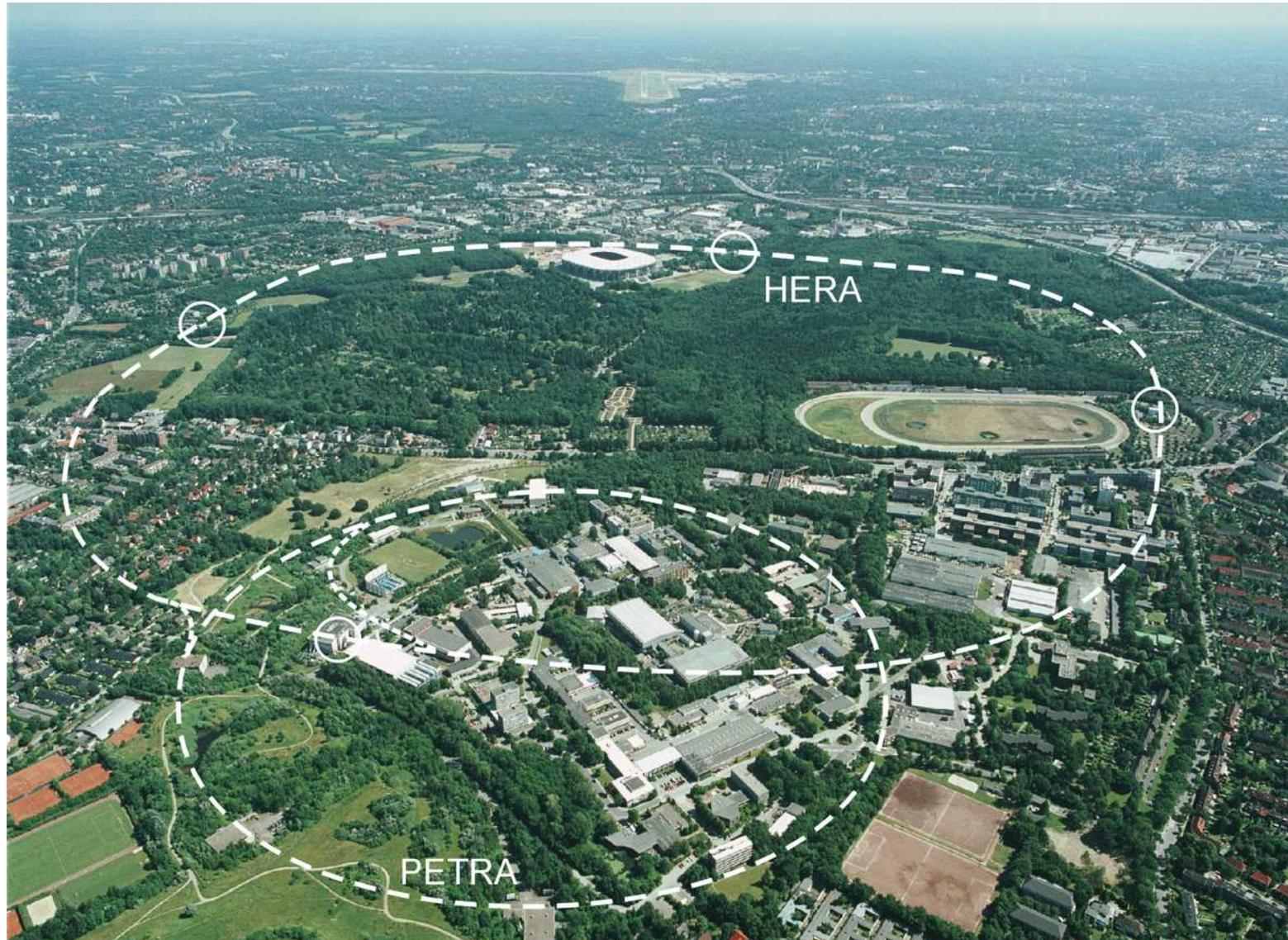
- beschleunigen Teilchen (e^- , e^+ , p) auf hohe Energien,
- bringen sie innerhalb der Detektoren zur Kollision,
- messen die Reaktionsprodukte.



Teilchenbeschleuniger

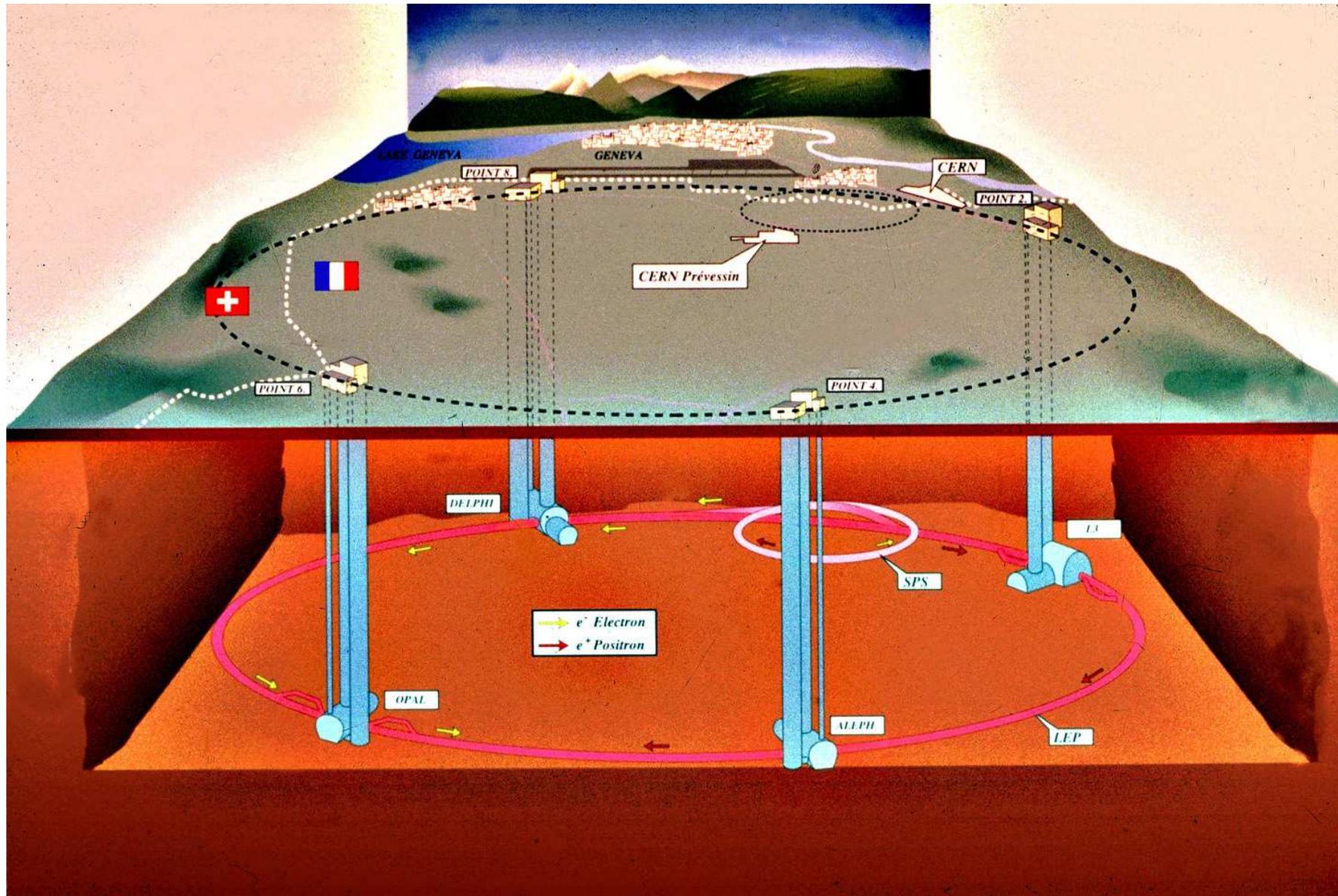
DESY, Hamburg: $e p$ -Ringbeschleuniger **HERA** (6,3 km Tunnel, e^- 27 MeV, p 920 GeV)

Geplant: $e^- e^+$ -Linearbeschleuniger **TESLA** (33 km Tunnel, 500 GeV Kollisionsenergie)



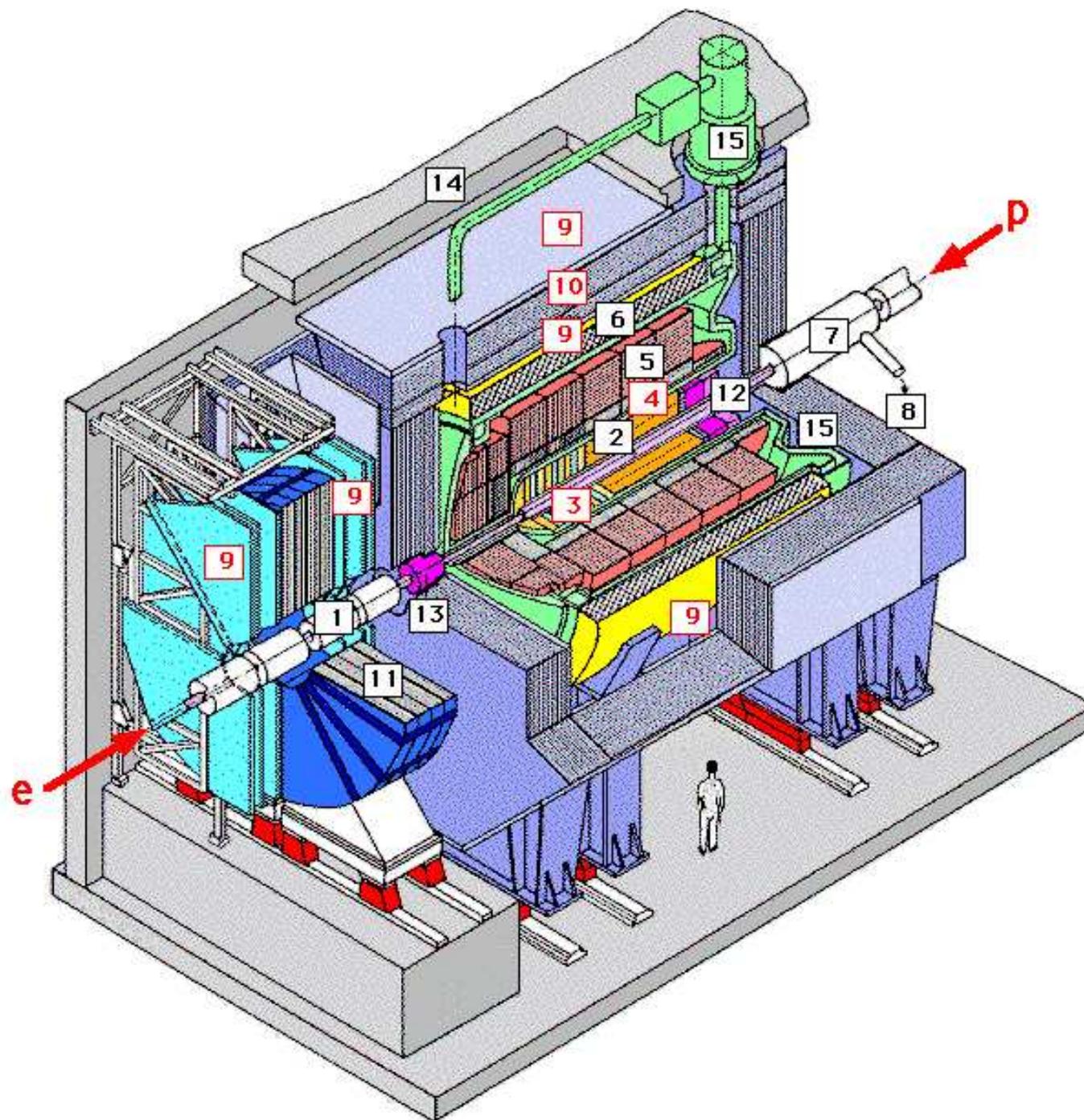
CERN, Genf: e^-e^+ -Ringbeschleuniger **LEP** (27 km Tunnel, 210 GeV, bis 2000)

Im Bau: pp -Ringbeschleuniger **LHC** (im LEP-Tunnel, 14 TeV, voraussichtlich ab 2007)



Detektoren

H1-Detektor im HERA-Ring,
DESY, Hamburg



1. Strahlrohr und Strahlmagnete
2. Zentrale Spurenkammer
3. Vorwärtsspurenkammer und Übergangsstrahlungsmodul
4. Elektromagnetisches Kalorimeter (Blei, flüssiges Argon)
5. Hadronisches Kalorimeter (Edelstahl, flüssiges Argon)
6. Supraleitende Spule (1,2 T)
7. Kompensationsmagnet
8. Helium-Kälteanlage
9. Myon-Kammer
10. Instrumentiertes Eisen (Eisenplatte, Streamerröhren-Detektoren)
11. Myon-Toroid-Magnet
12. warmes Kalorimeter (Spacal)
13. Vorwärts-Kalorimeter
14. Betonabschirmung
15. Flüssig-Argon-Kryostat

Ereignis am **DELPHI-Detektor** (im LEP-Ring, CERN, Genf)

Elementarteilchen?



II Das Standardmodell der Teilchenphysik

*„Der Name ‚Standardmodell‘ ist so ein bisschen unser Problem:
Wenn Sie ein Auto kaufen, würden Sie ja auch nie das Standardmodell nehmen.“*

Johann H. Kühn, Karlsruhe

- Die Elementarteilchen des Standardmodells
- Elektroschwache & starke Wechselwirkung
- Higgs-Mechanismus
- Feynman-Regeln, Störungsreihe, Schleifen-Integrale

Die Elementarteilchen des Standardmodells

Unsere „Alltags-Materie“:

- Proton $p = (uud)$, Neutron $n = (udd)$
- Atomhülle \rightarrow Elektron
- β -Zerfälle \rightarrow Elektron-Neutrino

\Rightarrow nur die erste Spalte der **Fermionen**

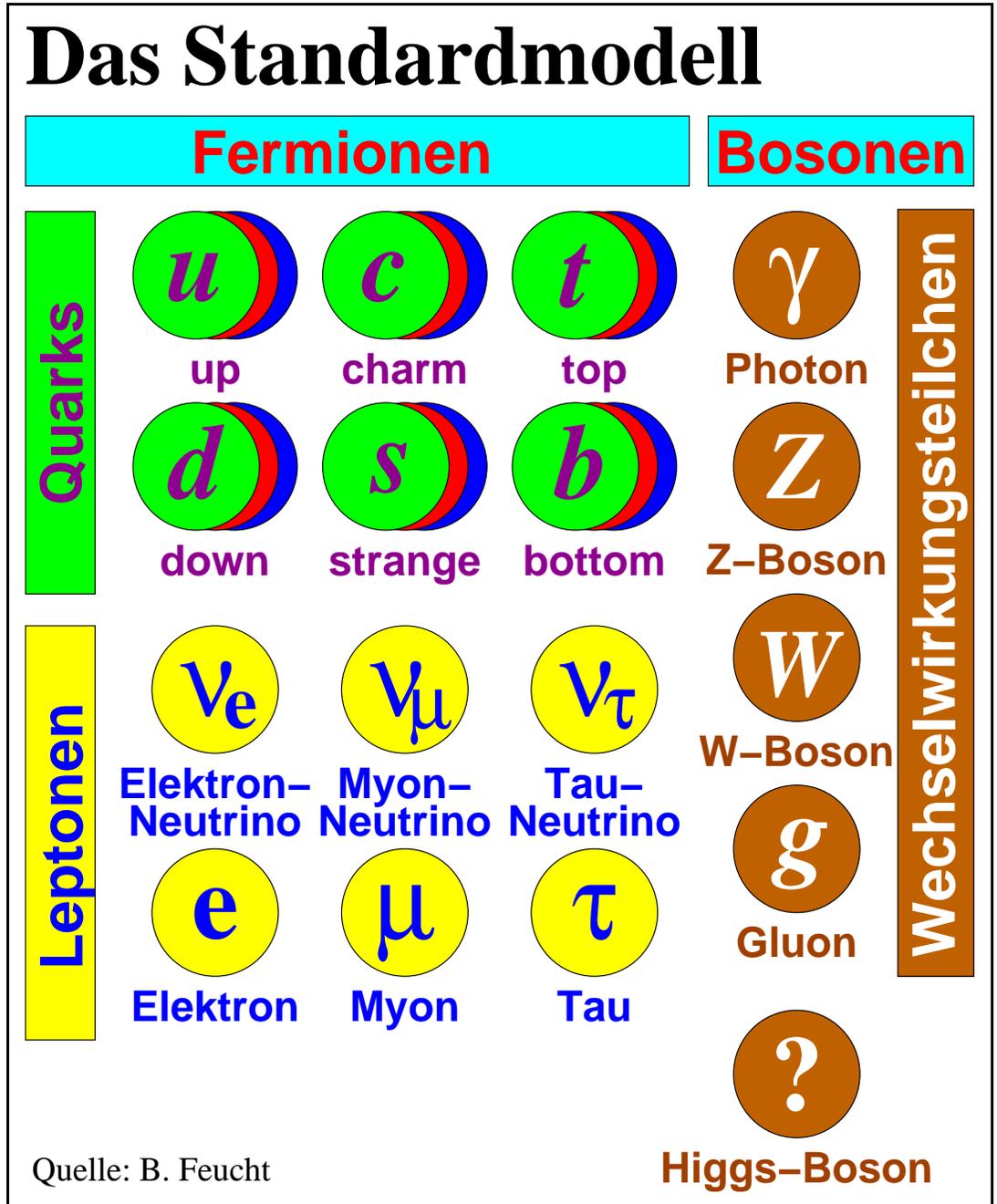
Aber: **3 Familien** \rightarrow schwerere Kopien

Zusätzlich: **Antiteilchen** $\bar{u}, \bar{d}, \bar{\nu}_e, e^+, \dots$

Und Bosonen:

Bosonen $\gamma, Z, W, g \rightarrow$ Wechselwirkungen

Higgs-Boson \rightarrow Massenerzeugung



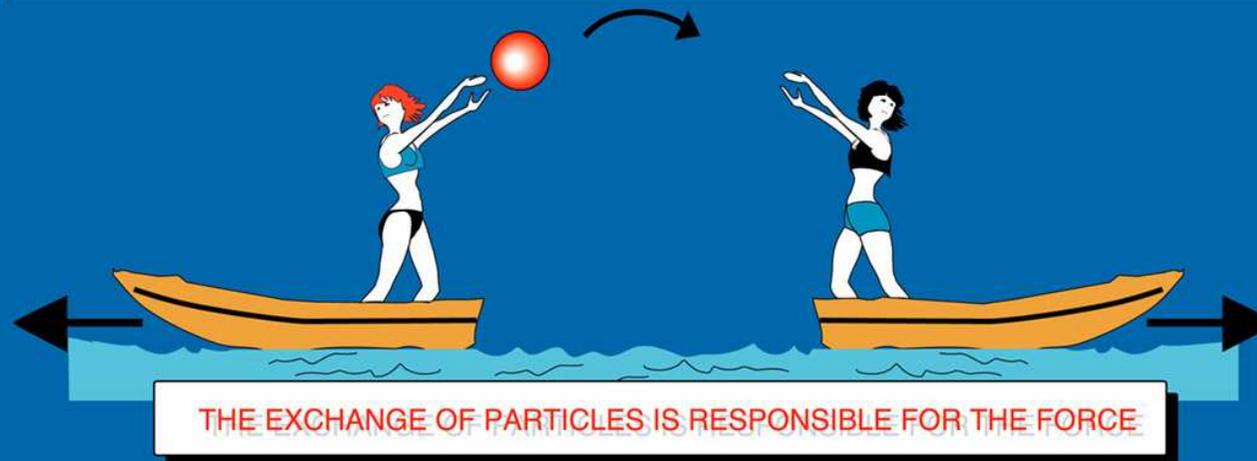
Elektroschwache & starke Wechselwirkung

- **Elektromagnetismus:** Photon (masselos) wechselwirkt mit elektrischer Ladung Q :
⇒ Abstoßung/Anziehung von Ladungen mit gleichem/entgegengesetzten Vorzeichen.
- **Schwache Wechselwirkung:** Z (91 GeV) & W (80 GeV)
wandeln $u, c, t \leftrightarrow d, s, b$ & $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \leftrightarrow e^-, \mu^-, \tau^- \Rightarrow \beta$ -Zerfall.
- Das Standardmodell vereinigt elektrische & schwache Wechselwirkung in einem gemeinsamen mathematischen Formalismus → elektroschwache Wechselwirkung.
- **Starke Wechselwirkung:** Gluonen (masselos) wechselwirken mit Farbladung:
Jedes Quark existiert in 3 Farben, symbolisch rot, blau, grün ($r+b+g = \text{farbneutral}$).
⇒ verantwortlich für Kernkräfte zwischen Proton & Neutron.

Wechselwirkungen & Wechselwirkungsteilchen

The forces in Nature

TYPE	INTENSITY OF FORCES (DECREASING ORDER)	BINDING PARTICLE (FIELD QUANTUM)	OCCURS IN :
STRONG NUCLEAR FORCE	~ 1	GLUONS (NO MASS)	ATOMIC NUCLEUS
ELECTRO -MAGNETIC FORCE	$\sim 10^{-3}$	PHOTONS (NO MASS)	ATOMIC SHELL ELECTROTECHNIQUE
WEAK NUCLEAR FORCE	$\sim 10^{-5}$	BOSONS Z^0, W^+, W^- (HEAVY)	RADIOACTIVE BETA DESINTEGRATION
GRAVITATION	$\sim 10^{-38}$	GRAVITONS (?)	HEAVENLY BODIES



Higgs-Mechanismus

Mechanismus zur **Erzeugung der Teilchenmassen**:

- **Higgs-Feld** im Hintergrund, wechselwirkt mit den Teilchen.
- Durch diese Wechselwirkung erhalten die Teilchen ein **Masse**.
- Analogie: Berühmte Person (*Teilchen*) durchquert Menschenmenge (*Higgs-Feld*), wird umringt und aufgehalten (*Trägheit, Masse*).



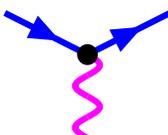
Feynman-Regeln

Aus der mathematischen Formulierung des Standardmodells erhält man **Feynman-Regeln**, die mit **Feynman-Diagrammen** dargestellt werden können.

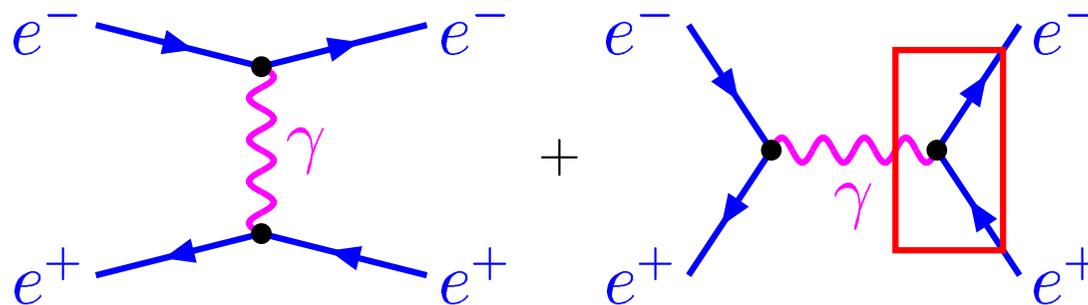
Beispiele:

Elektron-Propagator:  beschreibt Ausbreitung eines Elektrons

Photon-Propagator:  beschreibt Ausbreitung eines Photons

Vertex:  Wechselwirkung zwischen Elektron & Photon

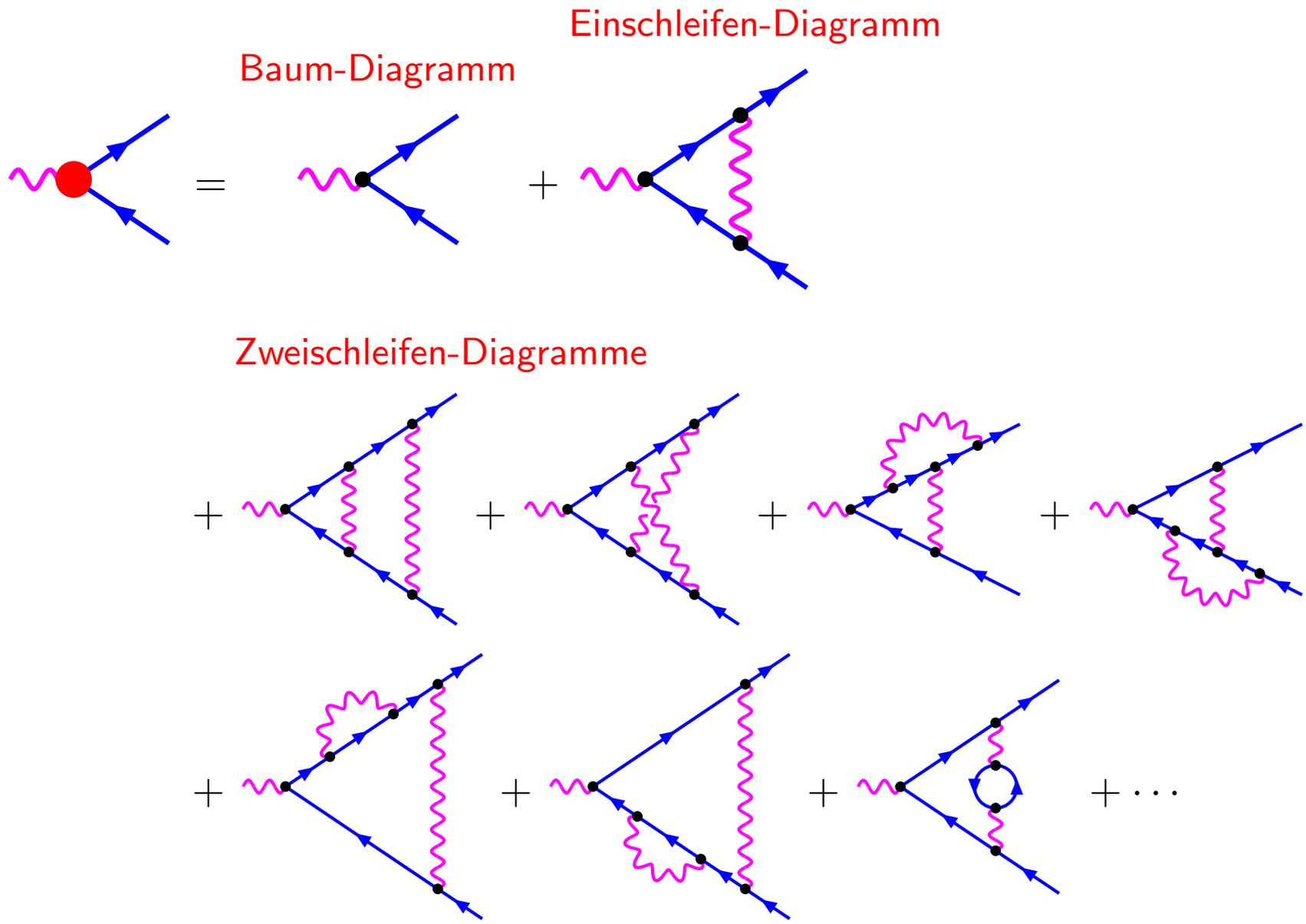
Teilchenreaktion $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+$:



Jedem Feynman-Diagramm kann mit Hilfe der Feynman-Regeln ein mathematischer Ausdruck für dessen **Wahrscheinlichkeit** zugeordnet werden.

Störungsreihe, Schleifen-Integrale

Exakte Berechnung eines Prozesses unmöglich \Rightarrow Entwicklung in eine **Störungsreihe**:



III Sudakov-Logarithmen

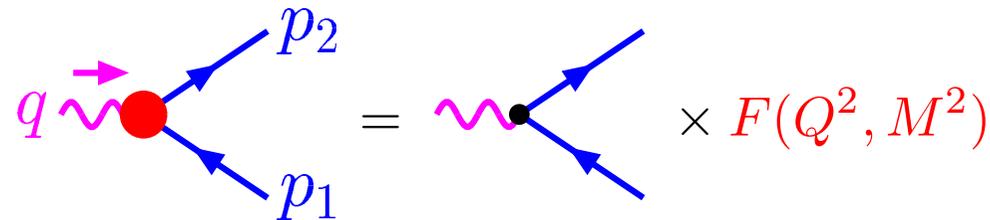
- Formfaktor in einem einfachen Modell
- Hochenergieverhalten: Sudakov-Limes
- Ergebnisse
- Ausblick

Formfaktor in einem einfachen Modell

Gesucht: Genaue Vorhersage für Teilchenreaktionen bei hohen Energien

⇒ Vernachlässigung kleiner **Fermion-Massen**.

Formfaktor F :



$Q^2 = -q^2$ Impulsübertrag, M = Masse des Wechselwirkungsteilchens

Ziel: Berechnung des **Formfaktors** in der **elektroschwachen Wechselwirkung**

⇒ äußerst komplexe mathematische Anforderung, Vielzahl von Feynman-Diagrammen.

Vorläufig: Dissertationsprojekt → Rechnung in einem **vereinfachten Modell**

- Wechselwirkung wie Elektromagnetismus: **1 Wechselwirkungsteilchen**,
- aber Wechselwirkungsteilchen mit **Masse wie W/Z** (nicht masselos wie Photon)

⇒ Erste Annäherung an Vorhersagen für schwache Wechselwirkung.

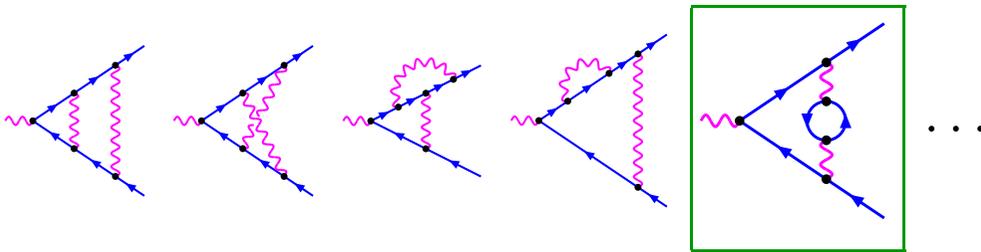
Hochenergieverhalten: Sudakov-Limes

Teilchenreaktionen bei hohen Energien $Q \rightarrow$ **logarithmische Näherung** \leftrightarrow Struktur mit Potenzen des Logarithmus $\log\left(\frac{Q^2}{M^2}\right)$

\Rightarrow **Sudakov-Logarithmen**

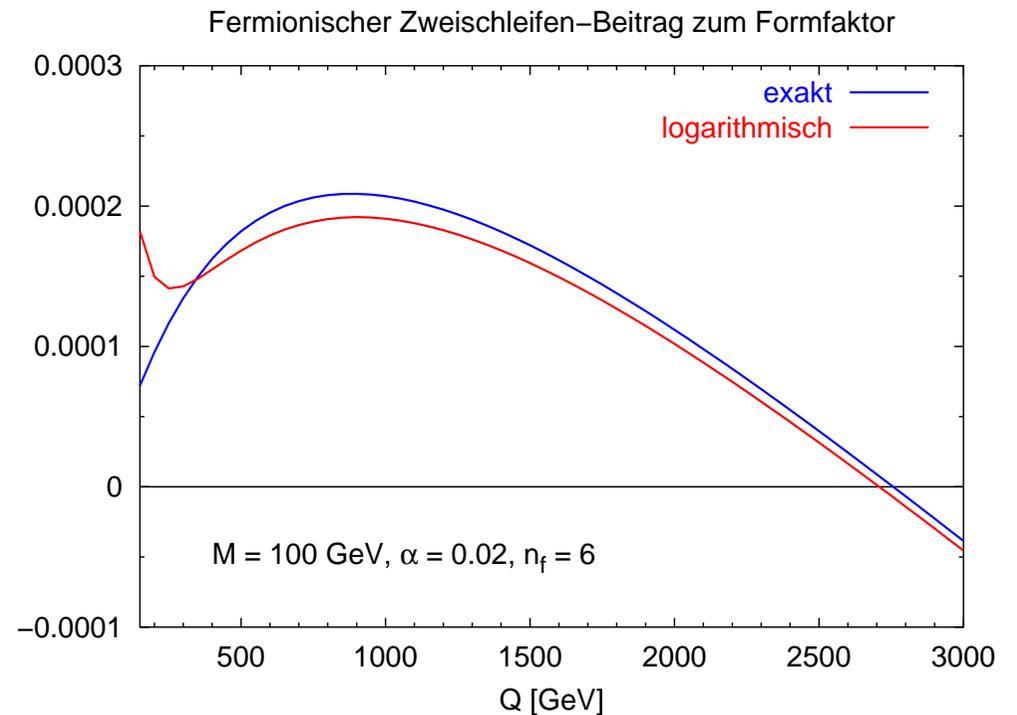
V.V. Sudakov, 1956

Zweischleifen-Beitrag zum Formfaktor:



$$F_2 \sim C_4 \log^4\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + C_3 \log^3\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + C_2 \log^2\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + C_1 \log\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + C_0$$

Wo exaktes Ergebnis bekannt, **gute Übereinstimmung mit logarithmischer Näherung**



B. Feucht, J.H. Kühn, S. Moch, 2003

Ergebnisse

$$\begin{aligned}
 F_2 = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 & \left\{ \frac{1}{2} \log^4\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) - \left(3 + \frac{4}{9}n_f\right) \log^3\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + \left(\frac{2}{3}\pi^2 + 8 + \frac{38}{9}n_f\right) \log^2\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \right. \\
 & - \left(-24\zeta_3 + 4\pi^2 + 9 + \frac{34}{3}n_f\right) \log\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \\
 & + 256 \operatorname{Li}_4\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{32}{3} \log^4 2 - \frac{32}{3} \pi^2 \log^2 2 - \frac{52}{15} \pi^4 + 80\zeta_3 + \frac{52}{3} \pi^2 + \frac{25}{2} \\
 & \left. + \left(\frac{16}{27} \pi^2 + \frac{115}{9}\right) n_f \right\}
 \end{aligned}$$

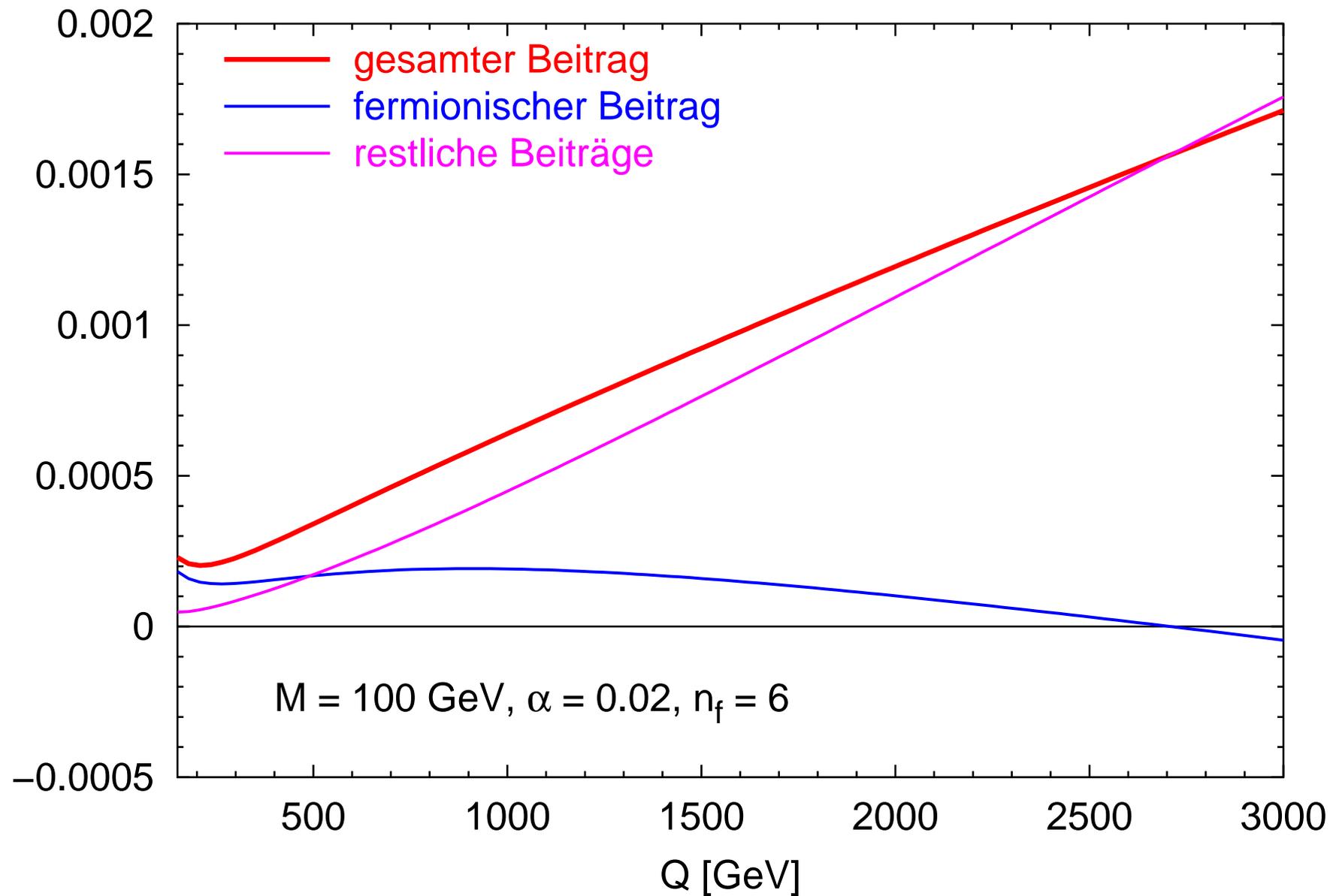
Fermionischer Beitrag (alles proportional zur Zahl n_f der Fermionen): Diplomarbeit

B. Feucht, J.H. Kühn, S. Moch, 2003

Restliche Beiträge: aktuelles, vorläufiges Ergebnis (bedarf noch weiterer Überprüfungen)

B. Feucht, J.H. Kühn, V.A. Smirnov

Gesamter Zweischleifen–Beitrag zum Formfaktor



Vorläufiges Ergebnis!

Ausblick

- **Überprüfung** des Zweischleifen-Beitrags im einfachen Modell
- Erweiterung der Rechnungen auf die **(elektro-)schwache Wechselwirkung**
- Vollständiger **4-Fermion-Prozess**: $e^-e^+ \rightarrow \gamma \rightarrow e^-e^+$
- Ausreichend offene Fragen zum Weiterforschen ...

Zusatzfolien

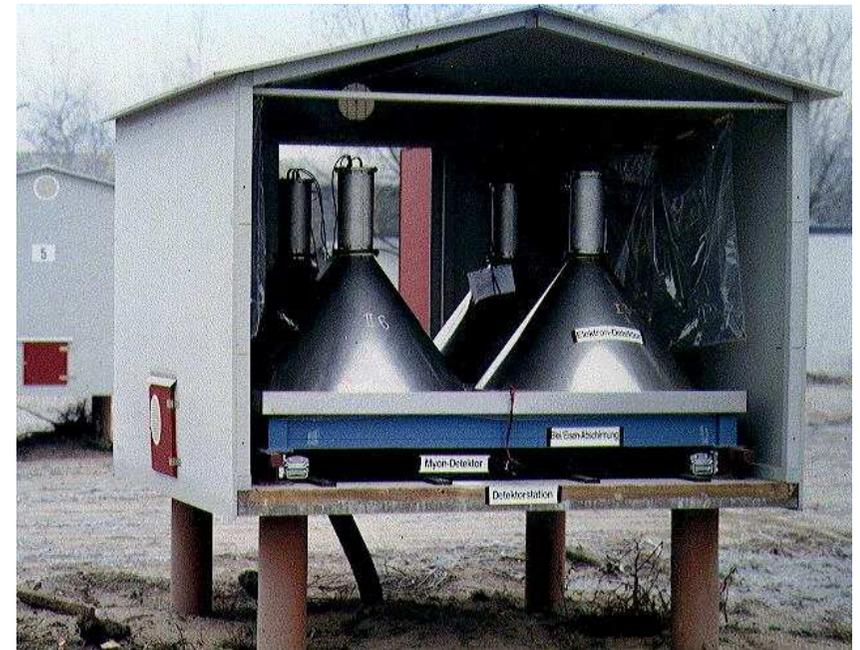
Hochenergetische Teilchen aus dem Weltall: **Kosmische Strahlung**

KASCADE-Grande Experiment
am Forschungszentrum Karlsruhe

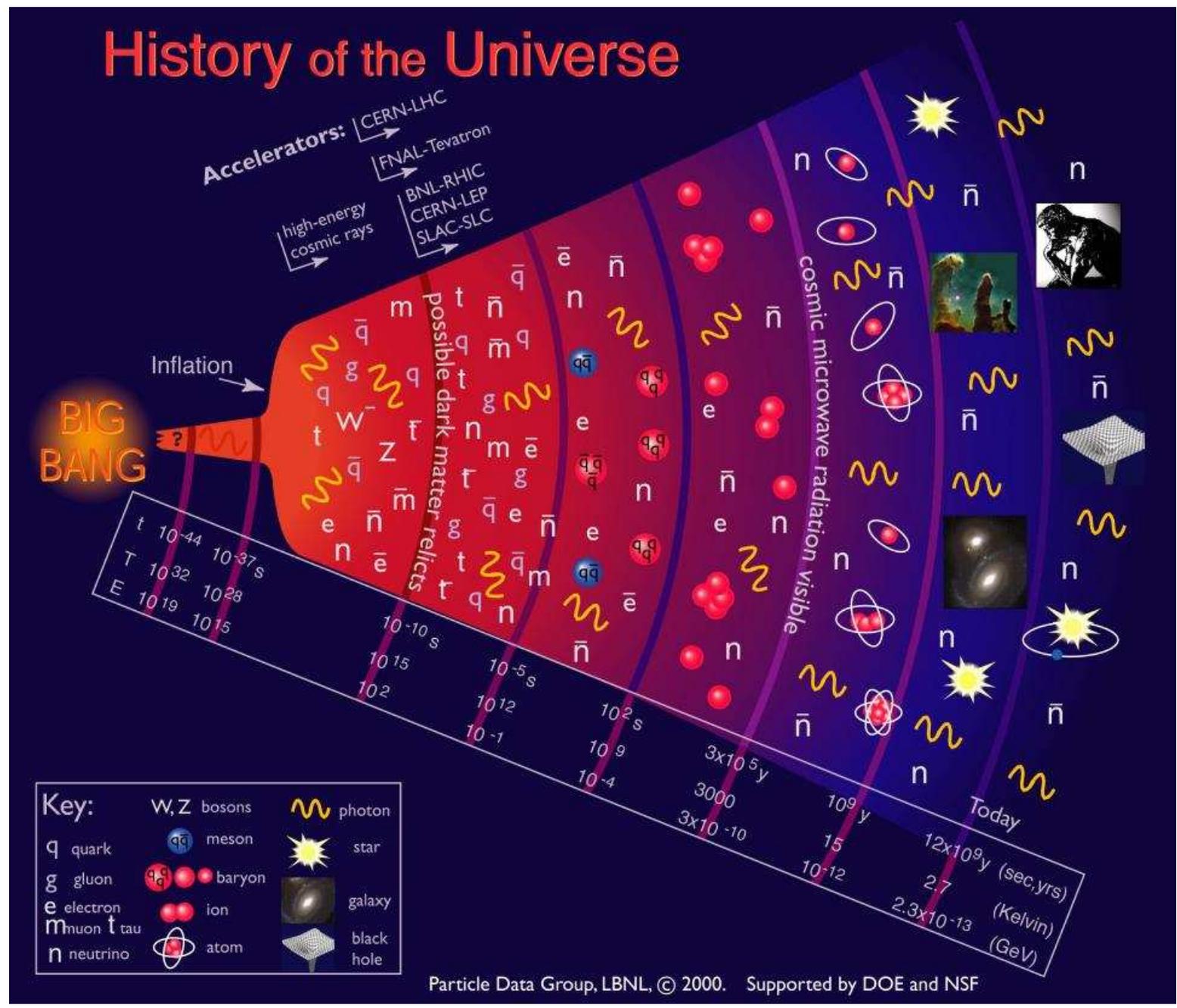
Der Zentraldetektor und ein Array
von 252 Hütten vermessen
Luftschauer, die von kosmischer
Strahlung der Energie
 10^{16} – 10^{18} eV ausgelöst werden.

Vorteil: Viel **höhere Energien** als
mit Teilchenbeschleunigern
erreichbar.

Nachteil: Weniger Ereignisse
⇒ **schlechtere Statistik**



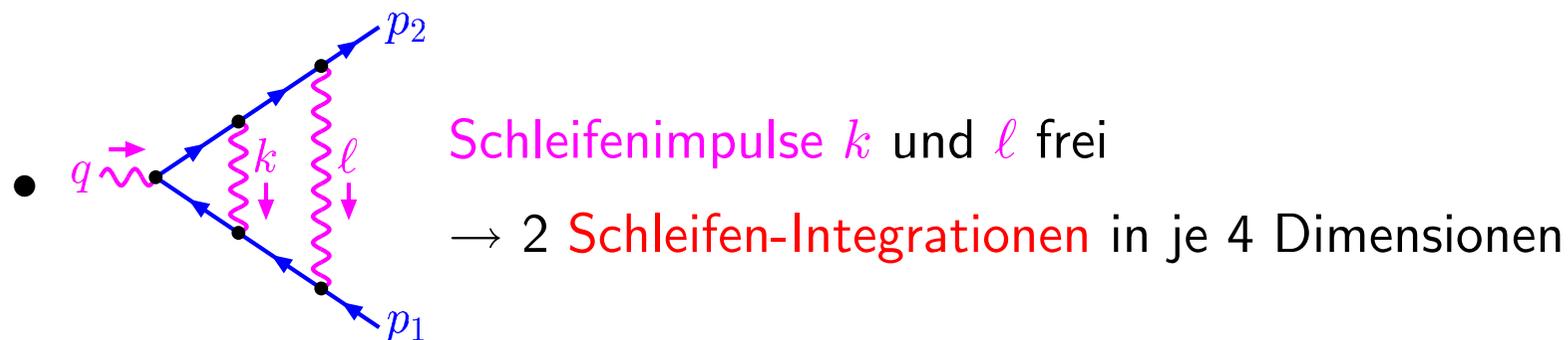
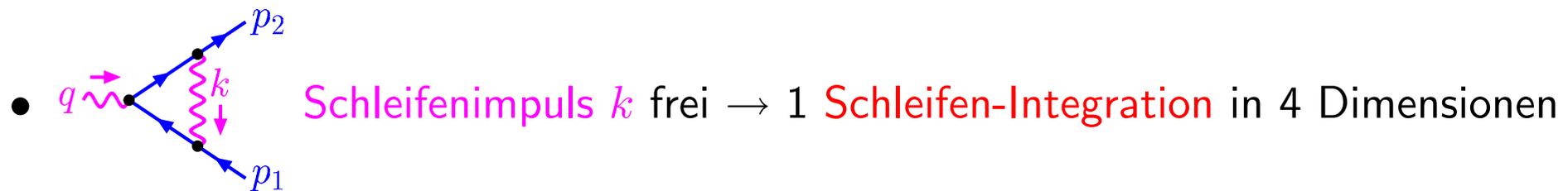
Energieskalen: zurück zum Urknall



Schleifen-Integrale

Quantenmechanik → **Überlagerung aller möglichen Wege** zwischen Anfangs- und Endzustand ⇒ Summe/Integral über alle Möglichkeiten

Bei vorgegebenen Impulsen (Energie, Masse \times Geschwindigkeit) der äußeren Teilchen:



Berechnung dieser Schleifen-Integrale (oft auch nur näherungsweise möglich)
⇒ Kombination analytischer und numerischer Methoden.

Formfaktor in Zweischleifen-Näherung

