PAUL SCHERRER INSTITUT

DPG-Frühjahrstagung Freiburg 3.–7. März 2008

Elektroschwache NLL-Zweischleifenkorrekturen mit masselosen und massiven Fermionen

Bernd Jantzen

Paul Scherrer Institut (PSI), CH-Villigen

In Zusammenarbeit mit **A. Denner** und **S. Pozzorini**

I Elektroschwache Strahlungskorrekturen bei hohen Energien

II Nächstführende logarithmische (NLL) Zweischleifenkorrekturen

III Ergebnis für masselose und massive fermionische Prozesse

IV Zusammenfassung & Ausblick

I Elektroschwache Strahlungskorrekturen bei hohen Energien

Elektroschwache Beschleunigerphysik

- bis heute (LEP, Tevatron) bei Energieskalen $\lesssim M_{\mathrm{W,Z}}$
- zukünftige Beschleuniger (LHC, ILC) $\longrightarrow$ erreichen TeV-Bereich
  $\hookrightarrow$ Energien $\sqrt{s} \gg M_{\mathrm{W}}$ werden erstmals zugänglich!

Strahlungskorrekturen bei Energien $\sqrt{s} \gg M_{\mathrm{W}}$

$\Rightarrow$ verstärkt durch große Sudakov-Logarithmen

$$\text{pro Schleifenordnung:} \quad \ln^2\left(\frac{s}{M_{\mathrm{W}}^2}\right) \sim 25 \quad \text{bei } \sqrt{s} \sim 1\,\text{TeV}$$

$M_{W,Z} \neq 0 \rightarrow$ exklusive Observablen möglich: nur virtuelle W's und Z's
($\neq$ QED: singuläre Logs zwischen virtuellen und reellen Korrekturen kompensiert)

Form der Korrekturen für $s \gg M_\mathrm{W}^2$

$$\left[L = \ln\left(\frac{s}{M_\mathrm{W}^2}\right)\right]$$

$\hookrightarrow$ logarithmische Näherung, Sudakov-Näherung:

1 Schleife:

$$\alpha\left[\underset{-17\,\%}{\underset{\downarrow}{C_1^{\mathsf{LL}}\,L^2}} + \underset{+12\,\%}{\underset{\downarrow}{C_1^{\mathsf{NLL}}\,L}} + \underset{-3\,\%}{\underset{\downarrow}{C_1^{\mathsf{N^2LL}}}}\right] + \mathcal{O}\left(\frac{M_\mathrm{W}^2}{s}\right)$$

2 Schleifen:

$$\alpha^2\left[\underset{+1.7\,\%}{\underset{\downarrow}{C_2^{\mathsf{LL}}\,L^4}} + \underset{-1.8\,\%}{\underset{\downarrow}{C_2^{\mathsf{NLL}}\,L^3}} + \underset{+1.2\,\%}{\underset{\downarrow}{C_2^{\mathsf{N^2LL}}\,L^2}} + \underset{-0.3\,\%}{\underset{\downarrow}{C_2^{\mathsf{N^3LL}}\,L}} + C_2^{\mathsf{N^4LL}}\right] + \mathcal{O}\left(\frac{M_\mathrm{W}^2}{s}\right)$$

[$\sigma(u\bar{u} \to d\bar{d})$ @ $\sqrt{s} = 1$ TeV, B.J., Kühn, Penin, Smirnov '05]

Für theoretische Vorhersagen mit Genauigkeit $\sim 1\,\%$:

$\Rightarrow$ Zweischleifenkorrekturen wichtig

$\Rightarrow$ LL-Näherung nicht ausreichend

Mit masselosen Photonen: Log $\rightsquigarrow$ $1/\epsilon$ in $D = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen

Virtuelle elektroschwache Zweischleifenkorrekturen

Resummation des Einschleifenergebnisses:

- LL & NLL für beliebige Prozesse $(M_\mathrm{Z} = M_\mathrm{W})$ — Fadin, Lipatov, Martin, Melles '99; Melles '00, '01
- N^{2}LL für $f\bar{f} \to f'\bar{f}'$ $(m_f = 0,\ M_\mathrm{Z} = M_\mathrm{W})$ — Kühn, Penin, Smirnov '99, '00; Kühn, Moch, Penin, Smirnov '01
- N^{2}LL für $e^+e^- \to \mathrm{W}^+\mathrm{W}^-$ — Kühn, Metzler, Penin '07
- SCET-Methode — Chiu, Golf, Kelley, Manohar '07

$\longrightarrow$ Evolutionsgleichungen anwenden auf spontan gebrochenes Standardmodell

$\hookrightarrow$ Annahme: Aufteilung in symmetrische SU(2)×U(1)-Phase und QED-Phase möglich

Diagrammatische Zweischleifenrechnungen $\to$ Resummation überprüfen:

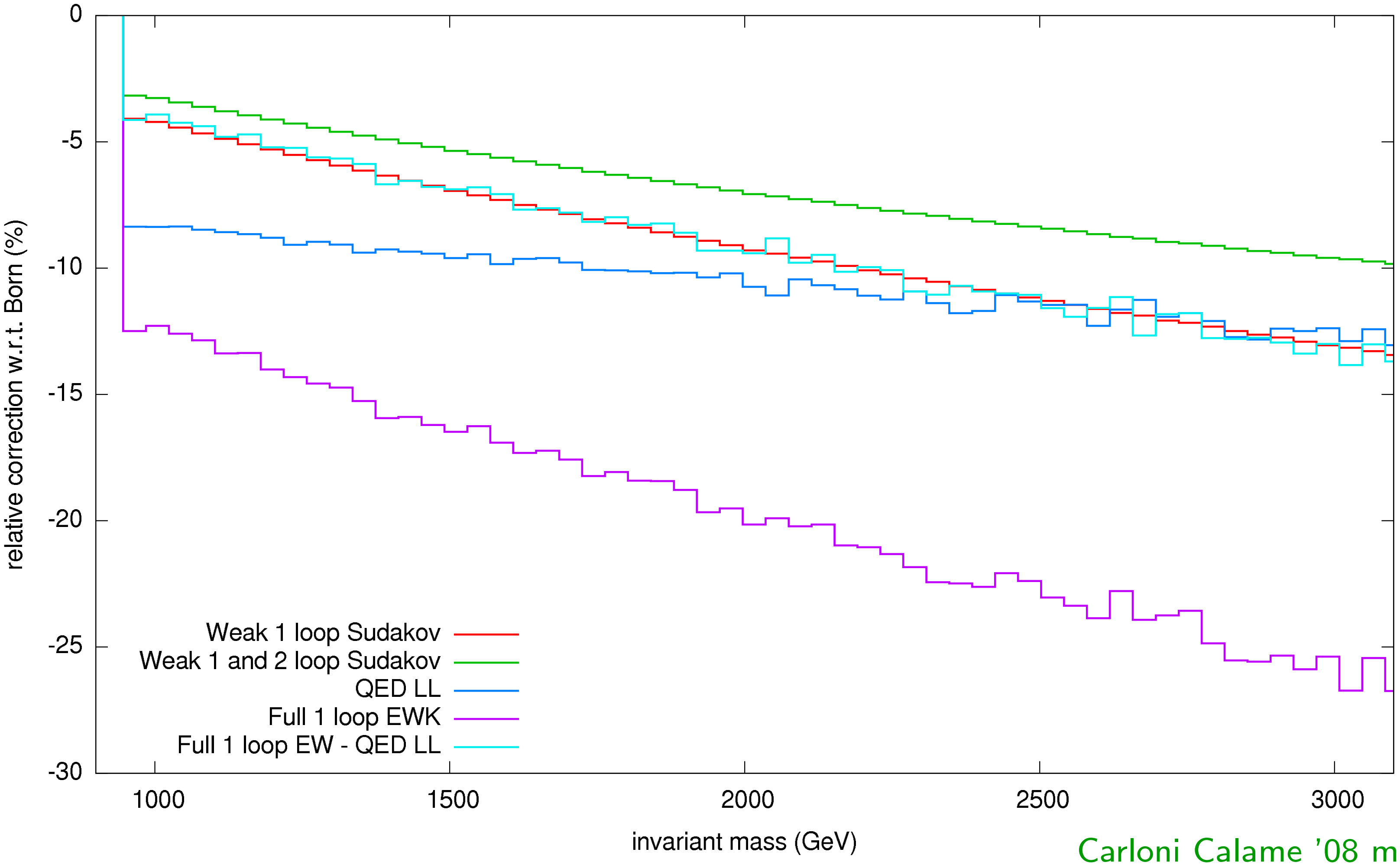
- LL & winkelabhängige NLLs für beliebige Prozesse — Melles '00; Hori, Kawamura, Kodaira '00; Beenakker, Werthenbach '00, '01; Denner, Melles, Pozzorini '03
- NLL für fermionische Prozesse $(m_f = 0,\ M_\mathrm{Z} \neq M_\mathrm{W})$ — Pozzorini '04; Denner, B.J., Pozzorini '06
- N^{3}LL für fermionischen Formfaktor $(m_f = 0,\ M_\mathrm{Z} = M_\mathrm{W})$

  $\hookrightarrow$ N^{3}LL for $f\bar{f} \to f'\bar{f}'$ $(m_f = 0,\ M_\mathrm{Z} \approx M_\mathrm{W})$ via Evolutionsgleichungen

  B.J., Kühn, Moch '03; B.J., Kühn, Penin, Smirnov '04, '05

Elektroschwache Korrekturen am LHC

Drell-Yan $pp \to \mu^+\mu^- + X$: (elektro)schwache 1- & 2-Schleifenkorrekturen



Carloni Calame '08 mit HORACE und Sudakov-Ergebnissen aus B.J., Kühn, Penin, Smirnov '05

⇒ Sudakov-Näherung sehr gut bei hohen Energien

⇒ Zweischleifeneffekte im %-Bereich

II NLL-Zweischleifenkorrekturen

Ziel: virtuelle elektroschwache NLL-Zweischleifenkorrekturen für beliebige Prozesse

zunächst: Prozesse mit masselosen & massiven Fermionen

Parameter:

- verschiedene große kinematische Invarianten $r_{ij} = (p_i + p_j)^2 \sim Q^2 \gg M_\mathrm{W}^2$
- verschiedene schwere Teilchenmassen $M_\mathrm{W}^2 \sim M_\mathrm{Z}^2 \sim m_\mathrm{t}^2 \sim M_\mathrm{Higgs}^2$
- massive (Top-Quark) and masselose Fermionen

$\Rightarrow$ Logs $L = \ln\left(\frac{Q^2}{M_\mathrm{W}^2}\right)$ und $\frac{1}{\epsilon}$-Pole (von virtuellen Photonen)

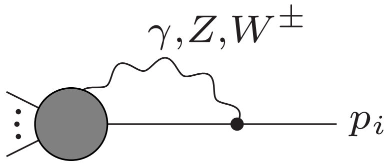
1 Schleife: LL $\to \epsilon^{-2},\ L\epsilon^{-1},\ L^2,\ L^3\epsilon,\ L^4\epsilon^2$; NLL $\to \epsilon^{-1},\ L,\ L^2\epsilon,\ L^3\epsilon^2$

2 Schleifen: LL $\to \epsilon^{-4},\ L\epsilon^{-3},\ L^2\epsilon^{-2},\ L^3\epsilon^{-1},\ L^4$; NLL $\to \epsilon^{-3},\ L\epsilon^{-2},\ L^2\epsilon^{-1},\ L^3$

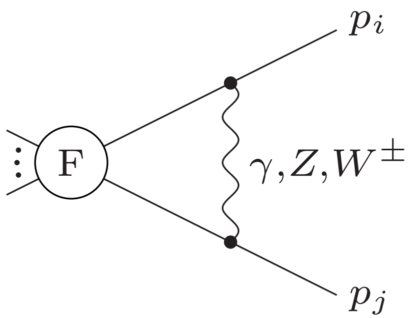
$\Rightarrow$ NLL-Koeffizienten $\to$ kleine Logs $\ln\left(\frac{-r_{ij}}{Q^2}\right)$ und $\ln\left(\frac{M_\mathrm{Z}^2, m_\mathrm{t}^2}{M_\mathrm{W}^2}\right)$

Extraktion der NLL-Logs in Einschleifennäherung

Logs u.a. aus Massensingularitäten
in kollinearen/soften Regionen:

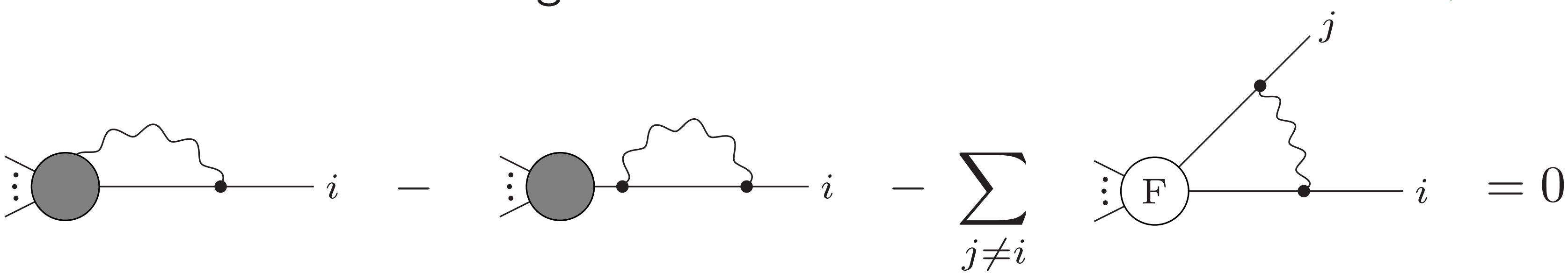


Isoliere faktorisierbare Beiträge:



$\hookrightarrow$ trenne Schleifenintegral von Born-Diagramm F durch soft-kollineare Näherung

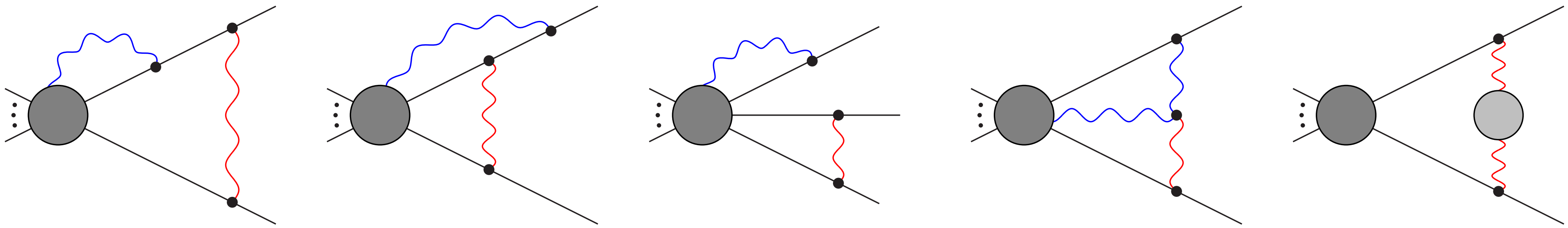
Übrige nicht-faktorisierbare Beiträge: kollineare Ward-Identitäten Denner, Pozzorini '01



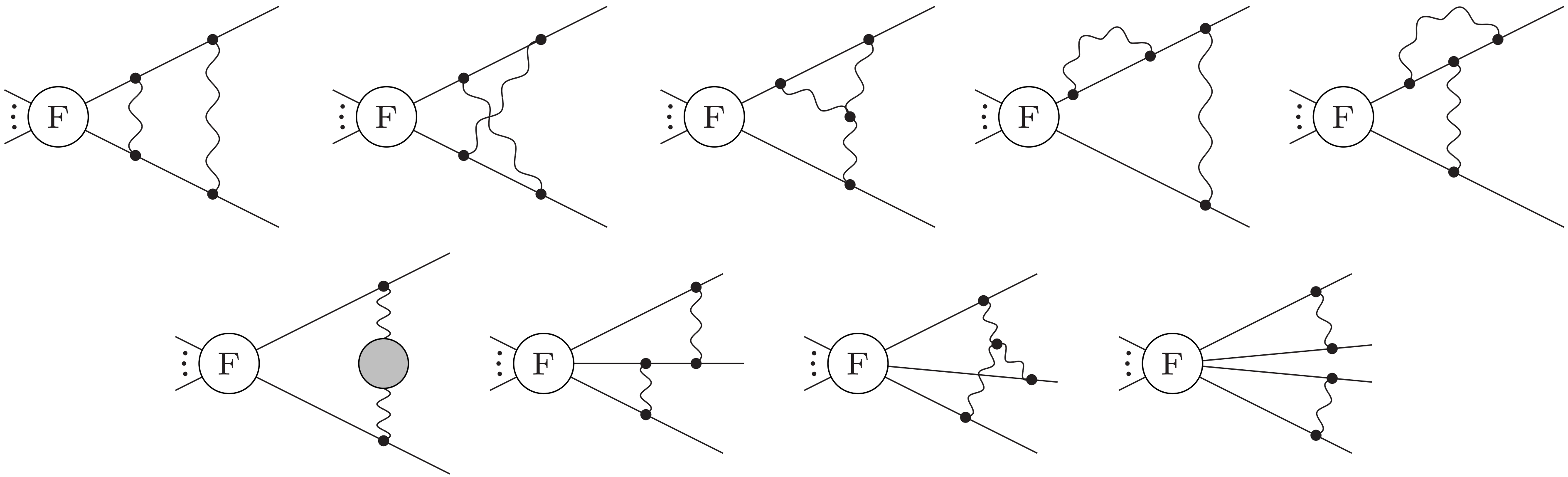
Faktorisierbare Beiträge enthalten <u>alle</u> soften & kollinearen NLL-Massensingularitäten.

Extraktion der NLL-Logs in Zweischleifennäherung

$\hookrightarrow$ Beiträge: soft$\times$soft und soft$\times$kollinear (ohne Yukawa-Beiträge):



Faktorisierbare Beiträge:



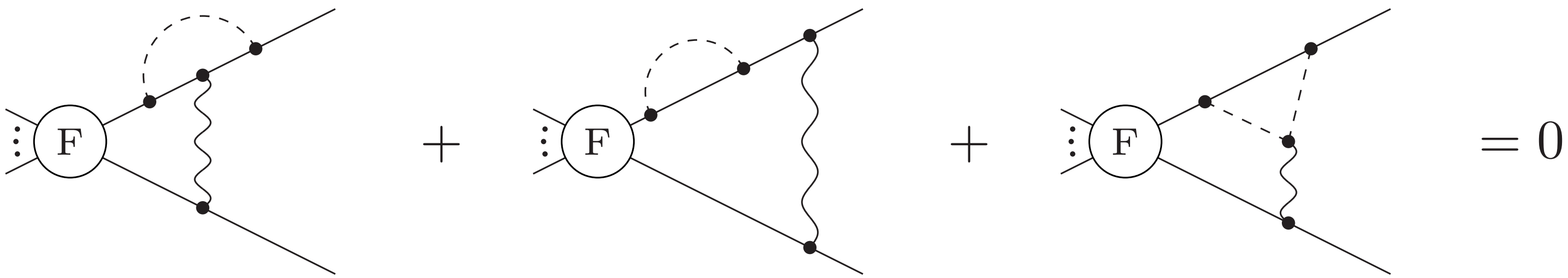
- berechnet mit soft-kollinearer Näherung (und Projektionstechniken)
- nicht-faktorisierbare Beiträge verschwinden

Denner, B.J., Pozzorini '06

Yukawa-Beiträge

Massive Fermionen $\rightarrow$ Yukawa-Kopplungen an Skalare (Higgs, Goldstone-Bosonen)

- viele Yukawa-Beiträge unterdrückt (softer/kollinearer Limes, $M_W^2/Q^2 \rightarrow 0$)
- nur <u>drei</u> nicht-unterdrückte Diagramme mit mehreren externen Beinen:



Summe verschwindet wegen Eichinvarianz der Yukawa-Kopplung

$\hookrightarrow$ NLL-Yukawa-Beiträge nur in Feldstärke-Renormierung

III Ergebnis für masselose und massive fermionische Prozesse

Faktorisierbare Beiträge

Schleifenintegrale berechnet mit zwei unabhängigen Methoden:

- automatisierter Algorithmus basierend auf Sektorzerlegung — Denner, Pozzorini '04
- Kombination von Expansion by Regions & Mellin-Barnes-Darstellungen — B.J., Smirnov '06 & dortige Referenzen

Ergebnis für Amplitude fermionischer Prozesse $f_1 f_2 \to f_3 \cdots f_n$ in $\mathcal{O}(\alpha^2)$

$$\mathcal{M} \stackrel{\text{NLL}}{=} \underbrace{\exp\left(\frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ j\neq i}}^{n} \delta_{ij}^{\text{em}}\right)}_{\text{elektromagnetisch}} \underbrace{\exp\left(\frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ j\neq i}}^{n} \delta_{ij}^{\text{sew}}\right)}_{\substack{\text{symmetrisch-elektroschwach}\\ M_\gamma = M_\mathrm{Z} = M_\mathrm{W}}} \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ j\neq i}}^{n} \delta_{ij}^{\mathrm{Z}}\right)}_{\text{von } M_\mathrm{Z}\neq M_\mathrm{W}} \underbrace{\mathcal{M}_0}_{\text{Born}}$$

- universelles Ergebnis: δ_{ij}^{sew}, δ_{ij}^{em}, δ_{ij}^{Z} nur von externen Quantenzahlen abhängig
- elektromagnetische Singularitäten (δ_{ij}^{em}) faktorisiert $\to$ separierbar

Symmetrisch-elektroschwache Terme: unabhängig von Fermionmassen

$$\delta_{ij}^{\text{sew}} = -\frac{\alpha}{4\pi} \sum_{V=\mathrm{B},\mathrm{W}^a} I_i^{\bar{V}} I_j^V \, I_{ij}(\epsilon, M_\mathrm{W}) - \frac{\alpha^2}{(4\pi)^2} \left(\frac{g_1^2}{e^2} \frac{Y_i Y_j}{4} b_1^{(1)} + \frac{g_2^2}{e^2} T_i^a T_j^a b_2^{(1)} \right) J_{ij}(\epsilon, M_\mathrm{W}, \mu^2) \,,$$

$$I_{ij}(\epsilon, M_\mathrm{W}) = -L^2 - \frac{2}{3} L^3 \epsilon - \frac{1}{4} L^4 \epsilon^2 + \left[\frac{3}{2} - \ln\left(\frac{-r_{ij}}{Q^2}\right) - \underbrace{\frac{y_i^{\kappa_i}}{C_i^{\text{ew}}} \frac{g_2^2 m_\mathrm{t}^2}{8 e^2 M_\mathrm{W}^2}}_{\text{Yukawa-Term}} \right] \left(2L + L^2 \epsilon + \frac{1}{3} L^3 \epsilon^2 \right),$$

$$J_{ij}(\epsilon, M, \mu^2) = \frac{1}{\epsilon} \left[I_{ij}(2\epsilon, M) - \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right)^{\epsilon} I_{ij}(\epsilon, M) \right]$$

Elektromagnetische Terme: QED$(M_\gamma = 0)$ − QED$(M_\gamma = M_\mathrm{W})$ $\qquad [\mu^2 = M_\mathrm{W}^2]$

$$\delta_{ij}^{\text{em}} = -Q_i Q_j \left\{ \frac{\alpha}{4\pi} \Big[I_{ij}(\epsilon, 0) - I_{ij}(\epsilon, M_\mathrm{W}) \Big] + \frac{\alpha^2}{(4\pi)^2} b_{\text{QED}}^{(1)} \Big[J_{ij}(\epsilon, 0, M_\mathrm{W}^2) - J_{ij}(\epsilon, M_\mathrm{W}, M_\mathrm{W}^2) \Big] \right\},$$

$$I_{ij}(\epsilon, 0) = -\left(2\epsilon^{-2} + 3\epsilon^{-1}\right) \left(\frac{-r_{ij}}{Q^2} \right)^{-\epsilon} + \left(\epsilon^{-2} + \frac{1}{2}\epsilon^{-1} \right) \underbrace{\left[\left(\frac{m_i^2}{Q^2} \right)^{-\epsilon} + \left(\frac{m_j^2}{Q^2} \right)^{-\epsilon} \right]}_{\text{Fermionmassen-Abhängigkeit}}$$

Terme von $M_\mathrm{Z} \neq M_\mathrm{W}$:

$$\delta_{ij}^{\mathrm{Z}} = -\frac{\alpha}{4\pi} I_i^\mathrm{Z} I_j^\mathrm{Z} \ln\left(\frac{M_\mathrm{Z}^2}{M_\mathrm{W}^2} \right) \left(2L + 2L^2 \epsilon + L^3 \epsilon^2 \right)$$

V Zusammenfassung & Ausblick

Masselose und massive fermionische Prozesse $f_1 f_2 \longrightarrow f_3 \cdots f_n$

mit $(p_i + p_j)^2 \gg M_\mathrm{W}^2$ und verschiedenen Massen $M_\mathrm{W}^2 \sim M_\mathrm{Z}^2 \sim m_\mathsf{top}^2 \sim M_\mathsf{Higgs}^2$:

- elektroschwache NLL-Zweischleifenkorrekturen in $D = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen

  [$m_f = 0$: Denner, B.J., Pozzorini, Nucl. Phys. B 761 (2007) 1]
- faktorisierbare Beiträge mit zwei unabhängigen Methoden berechnet:

  1.) Sektorzerlegung, 2.) Expansion by Regions & Mellin-Barnes
- nicht-faktorisierbare Beiträge verschwinden (kollineare Ward-Identitäten)
- Yukawa-Beiträge nur in Feldstärke-Renormierung
- universelle Korrekturfaktoren, elektromagnetische Singularitäten separierbar
- anwendbar für $e^+e^- \longrightarrow f\bar{f}$, Drell-Yan, ...

Ausblick: NLL-Zweischleifenkorrekturen für beliebige Prozesse

- Verallgemeinerung der Methode für externe Eichbosonen & Skalare
- Berechnung der nötigen Schleifenintegrale
- Ziel: Prozess-unabhängige NLL-Zweischleifenkorrekturen